

Dave und seine CD



Aufgabe 1 Die Band Schneller-Höher-Weiter hat ihre erste CD aufgenommen und 100 CDs pressen lassen. Die Bedingung an den Hersteller Tim Heubers war, dass höchstens 4 % der CDs defekt sein dürften.

Die Band möchte den Test mit 20 CDs durchführen und einigt sich mit dem Hersteller darauf, die CDs zu nehmen, wenn darunter höchstens eine defekte CD ist.

- Der Schlagzeuger Dave nimmt mit einem Griff 20 der CDs für den Test aus dem Karton. Notieren Sie die Ereignismenge Ω der Auswahl der CDs.
- Dave möchte die Wahrscheinlichkeit für das Finden höchstens einer defekten CD unter den 20 gezogenen berechnen, wenn von den 100 CDs nur fünf defekt sind. Er betrachtet die Zufallsgröße

X_5 : „Anzahl der defekten unter den 20 gezogenen CDs“

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X_5 = 0)$, $P(X_5 = 1)$, ... und hiermit die von Tim gesuchte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis

A_5 : „Die CDs werden gekauft“.

Hinweis. Überlegen Sie, warum X_5 hypergeometrisch verteilt ist, und verwenden beispielsweise

Interaktiv → Verteilungsfunktionen → Diskret → Hypergeom. V-funktion unter  Main. Die Parameter haben folgende Bedeutung:

Unterer: untere Grenze für die Anzahl der positiven Ergebnisse
(Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln)

Oberer: obere Grenze für die Anzahl der positiven Ergebnisse
(Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln)

n: Anzahl der Züge (ohne Zurücklegen)

M: Anzahl der Elemente mit den gewünschten Ergebnissen
(schwarze Kugeln)

N: Gesamtzahl der Elemente
(gesamte Anzahl der Kugeln in der Urne)

- c) Tim möchte gerne wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Dave die CDs abnimmt, wenn er sich an die ursprüngliche Absprache (höchstens 4 %) hält. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der Abnahme der CDs, wenn sie gerade nicht mehr den vereinbarten Bedingungen in Bezug auf defekte CDs entsprechen?

Hinweis. Bezeichnen Sie

X : „Anzahl der defekten CDs unter den 100 gezogenen CDs“

und

$$P(A_k) = P(X = 0) + P(X = 1) = P(X \leq 1).$$

- d) Dave überlegt sich, wie sich die Wahrscheinlichkeiten für den Kauf der CDs ändern würden, wenn bis zu 20 der CDs defekt wären. Berechnen Sie das für ihn.

Hinweis. Definieren Sie im ClassPad eine Funktion

Define $PXK(x)=\text{hypergeoCDF}(0,1,20,x,100)$

und benutzen Sie sie zur Berechnung von Funktionswerten die Tabellenkalkulation.

- e) Wie viele CDs müsste Dave mindestens ziehen, um 90 % sicher gehen zu können, dass die Anzahl der defekten CDs die Grenze von 4 % nicht überschreitet?

Merke. Der in Teil e) gezeichnete Graph macht eine Aussage über die Güte des Typs der Stichprobe. Man nennt sie **Annahmekennlinie**. Für unterschiedliche Stichprobenumfänge n unterscheiden sich die Kurven. Dies werden wir jetzt untersuchen.

- f) Stellen Sie n bei einem Ausschussanteil von bis zu 4 % für verschiedene Werte graphisch dar. Berechnen Sie Extrem- und Wendestellen.

Machen Sie Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten der Annahme guter Posten – d. h. einem Ausschussanteil von bis zu 4 % – und über die Wahrscheinlichkeit der Annahme schlechter Posten – d. h. einem Ausschussanteil von mehr als 4 %.

Hinweis. Definieren Sie im ClassPad

Define $PXKy(y,x)=\text{hypergeoCDF}(0,1,y,x,100)$.

Berechnen Sie Funktionswerte für verschiedene y und x und tragen Sie sie in eine Tabelle ein.

Überlegen Sie hierbei, welche Bedeutung die Variablen haben.

- g) Bewerten Sie das Stichprobenverfahren aus Tims und Daves Sicht.